



## Übungen zu 'Mathematik II (Elementare Lineare Algebra)'

### Blatt 5

Nathan Bowler

#### A: Präsenzaufgaben am 06. Mai

1. *Geometrische Bedeutung von Formeln*

Welche geometrische Formen haben folgende Teilmengen von  $\mathbb{R}^2$ ?

- (a)  $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot (2, 4) = 1\}$
- (b)  $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\| = 1\}$
- (c)  $\{x \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot (2, 4) = 1 \text{ und } \|x\| = 1\}$

2. *Längen von Vektoren*

Sei  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Zeigen Sie, dass  $\|(x + y + \sqrt{2}z, \sqrt{2}x - \sqrt{2}y, x + y - \sqrt{2}z)\| = 2\|(x, y, z)\|$ .

3. *Winkeln Berechnen*

Berechnen Sie die Winkeln zwischen folgenden Paaren von Vektoren:

- (a)  $(3, 4)$  und  $(4, -3)$
- (b)  $(3, 4, 5)$  und  $(4, -3, 5)$

#### B: Aufgaben zum 13. Mai

1. *Geometrische Bedeutung von Formeln*

Welche geometrische Formen haben folgende Teilmengen von  $\mathbb{R}^3$ ?

- (a)  $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot (2, 4, -1) = 1\}$
- (b)  $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid \|x\| = 1\}$
- (c)  $\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot (2, 4, -1) = 1 \text{ und } \|x\| = 1\}$

2. *Cauchy-Schwarz Ungleichung*

Seien  $x, y$  und  $z$  reelle Zahlen. Zeigen Sie, dass  $xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2$ .

3. *Formel für Winkeln*

Seien  $(x, y)$  und  $(z, t)$  Vektoren in  $\mathbb{R}^2$ . Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen  $(x, y)$  und  $(z, t)$  und der Winkel zwischen  $(x + y, x - y)$  und  $(z + t, z - t)$  gleich sind.

4. *Orthogonale Projektionen*

Seien  $x$  und  $a$  Vektoren in  $\mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie, dass die orthogonale Projektion von  $x$  auf die Gerade mit Richtung  $a$  und die orthogonale Projektion von  $x$  senkrecht zu  $a$  orthogonal sind.

5. *Winkeln und orthogonale Projektion*

Sei  $x$  der Vektor  $(2, 0, 0)$  und  $a$  der Vektor  $(0, 1, 1)$ . Berechnen Sie den Winkel  $\phi$  zwischen  $x$  und  $a$  und die orthogonale Projektion  $p$  von  $x$  senkrecht zu  $a$ . Bestätigen Sie in diesem Fall die Formel  $\|p\| = \|x\| \sin(\phi)$ .