

## Aufgabenblatt 8

### Aufgabe 1.

Welche der folgenden Polynome in  $\mathbb{Q}[X]$  sind irreduzibel? Begründe!

- a)  $X^3 - 2X^2 + X + 3$
- b)  $X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$ .

(4 Punkte)

### Aufgabe 2.

Sei  $k$  ein Körper mit  $\text{char}(k) \neq 2$ . Zeige, dass  $X^2 - Y^2 + 1$  irreduzibel in  $k(X)[Y]$  ist.

(2 Punkte)

### Aufgabe 3.

Bestimme ein Polynom in  $\mathbb{Q}[X]$ , das das multiplikative Inverse von  $X^2 + X + 1$  im Ring  $\mathbb{Q}[X]/(X^3 + 2X - 2)$  repräsentiert.

(4 Punkte)

### Aufgabe 4.

Sei  $k$  ein unendlicher Körper,  $f, g \in k[X]$ . Zeige:

$$f = g \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad \forall x \in k.$$

(2 Punkte)