

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1.

Welche der folgenden Polynome in $\mathbb{Q}[X]$ sind irreduzibel? Begründe!

- a) $X^3 - 2X^2 + X + 3$
- b) $X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.

Sei k ein Körper mit $\text{char}(k) \neq 2$. Zeige, dass $X^2 - Y^2 + 1$ irreduzibel in $k(X)[Y]$ ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 3.

Bestimme ein Polynom in $\mathbb{Q}[X]$, das das multiplikative Inverse von $X^2 + X + 1$ im Ring $\mathbb{Q}[X]/(X^3 + 2X - 2)$ repräsentiert.

(4 Punkte)

Aufgabe 4.

Sei k ein unendlicher Körper, $f, g \in k[X]$. Zeige:

$$f = g \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad \forall x \in k.$$

(2 Punkte)