

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1.

Untersuche die p -Sylowgruppen von S_5 für alle Primzahlen p , die die Ordnung von S_5 teilen: Gib für jede Primzahl p eine p -Sylowgruppe sowie die Anzahl s_p der p -Sylowgruppen an.

(4 Punkte)

Aufgabe 2.

Sei G eine endliche Gruppe, $H \subset G$ ein Normalteiler von G und P eine p -Sylowgruppe von H . Zeige:

$$G = HN_G(P).$$

(Hinweis: Definiere zunächst eine Wirkung von G auf der Menge S der p -Sylowgruppen von H .)

(4 Punkte)

Aufgabe 3.

Zeige: Es gibt keine einfache Gruppe G der Ordnung $|G| = 132$.

(4 Punkte)

Aufgabe 4.

Sei G die von den Elementen $\{(12), (56), (13)(24)\}$ erzeugte Untergruppe der Permutationsgruppe S_6 . Finde eine Kompositionsreihe zu G .

Hinweis: Jede Untergruppe von Index zwei ist ein Normalteiler.

(4 Punkte)