

## Aufgabenblatt 5

### Aufgabe 1.

Untersuche die  $p$ -Sylowgruppen von  $S_5$  für alle Primzahlen  $p$ , die die Ordnung von  $S_5$  teilen: Gib für jede Primzahl  $p$  eine  $p$ -Sylowgruppe sowie die Anzahl  $s_p$  der  $p$ -Sylowgruppen an.

(4 Punkte)

### Aufgabe 2.

Sei  $G$  eine endliche Gruppe,  $H \subset G$  ein Normalteiler von  $G$  und  $P$  eine  $p$ -Sylowgruppe von  $H$ . Zeige:

$$G = HN_G(P).$$

(Hinweis: Definiere zunächst eine Wirkung von  $G$  auf der Menge  $S$  der  $p$ -Sylowgruppen von  $H$ .)

(4 Punkte)

### Aufgabe 3.

Zeige: Es gibt keine einfache Gruppe  $G$  der Ordnung  $|G| = 132$ .

(4 Punkte)

### Aufgabe 4.

Sei  $G$  die von den Elementen  $\{(12), (56), (13)(24)\}$  erzeugte Untergruppe der Permutationsgruppe  $S_6$ . Finde eine Kompositionsreihe zu  $G$ .

Hinweis: Jede Untergruppe von Index zwei ist ein Normalteiler.

(4 Punkte)