Weiterbildendes Studium Ingenieurmathematik – WS 98/99

Optimierung mit MATLAB

H.-J. Oberle, G. Opfer, S. Fredenhagen

Arbeitsblatt 11

1. SQP-Verfahren

Das SQP-Verfahren ist in der MATLAB Optimierungstoolbox vorhanden. Man kann es mit `constr('fun',x0,optionen,vlb,vub,'gradfun',parameter)` aufrufen. Dabei sind nur die ersten beiden Parameter wichtig. Alle anderen Parameter können auch durch `[]` ersetzt werden. Mit Hilfe der Optionen werden die Abbruchbedingungen des Algorithmus gesteuert, und die Zahl der Gleichungsnebenbedingungen übergeben. Die Parameter `vlb` und `vub` sind für einfache Restriktionen der Art $x_1 \geq 3$. Wird kein Gradient angegeben, so wird er von `constr` approximiert. Für ausführliche Erläuterungen sehe man in das Handbuch oder in die Online-Hilfe.

2. Aufgabe 11.1: SQP-Verfahren

Möchte man eine Funktion mit nur zwei Variablen minimieren, so kann man den Verlauf der Iteration zeichnen. Dieses geschieht, wenn man das SQP-Verfahren mit dem Programm

$$[\texttt{lsg}, \texttt{fx0}, \texttt{gx0}] = \texttt{startsqp}('\texttt{fktname}', \texttt{x0}, '\texttt{gradname}', \texttt{glzahl}, \texttt{nlines});$$

aufruft. Der Parameter `glzahl` gibt die Zahl der verwendeten Gleichungsrestriktionen an. Sie müssen immer vor den Ungleichungen stehen.

a) Um die Rosenbrock-Funktion auf der Kreisscheibe $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$ zu minimieren, muß man nur

```
>> startsqp
```

eingeben.

b) Was passiert, wenn man in der Funktion `rosenbrock.m` die letzte Zeile wieder aktiviert, d.h. das Kommentarzeichen `%` entfernt? Haben Sie eine Erklärung dafür?

c) Sehen Sie sich die Funktionen `rosenbrock.m` und `grosenbrock.m`. Minimieren Sie die Rosenbrock-Funktion mit der Restriktion $x_1 \leq 1 - x_2^2$.

d) Minimieren Sie $f(\boldsymbol{x}) = 4x_1 + 3x_2$
unter der Nebenbedingung $c(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 25 \leq 0$.

3. Aufgabe 11.2: Zwei und mehr Restriktionen

Natürlich kann man auch mehr als eine Restriktion verwenden. Dabei kann man den Gradienten von MATLAB numerisch berechnen lassen, wenn man ihn beim Aufruf durch `[]` ersetzt. Sehen Sie sich als Beispiel die Funktion `funungl.m` und ihren Gradienten `gfunungl.m` an und bestimmen Sie die lokalen Minima der folgenden Funktionen $f(\boldsymbol{x})$ unter den Nebenbedingungen $\boldsymbol{c}(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{0}$:

a) aus der MATLAB-Optimierungstoolbox S. 1-9
$f(\boldsymbol{x}) = \exp(x_1)(4x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_1x_2 + 2x_2 + 1)$
$c_1(\boldsymbol{x}) = 1.5 + x_1x_2 - x_1 - x_2$
$c_2(\boldsymbol{x}) = -x_1x_2 - 10$
Startvektor: $\boldsymbol{x}_0 = (-1, 1)^{\mathrm{T}}$

b) $f(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2$
$c_1(\boldsymbol{x}) = x_1 - 2$
$c_2(\boldsymbol{x}) = x_2 - 1$
$c_3(\boldsymbol{x}) = 2 - x_1 - 3x_2$
Startvektor: $\boldsymbol{x}_0 = (4, 3)^{\mathrm{T}}$

c) wie b) mit $c_4(\boldsymbol{x}) = 0.665 - 0.125x_1 - x_2$ oder $c_4(\boldsymbol{x}) = 0.65 - 0.1x_1 - x_2$

d) (Betts) $f(\boldsymbol{x}) = (x_1 - 2)^2 + x_2^2$
$c_1(\boldsymbol{x}) = x_2 - (1 - x_1)^3$
$c_2(\boldsymbol{x}) = -x_1$
$c_3(\boldsymbol{x}) = -x_2$
Startvektor: $\boldsymbol{x}_0 = (-2, -2)^{\mathrm{T}}$
Im Lösungspunkt sind die erste und die dritte Nebenbedingung linear abhänging

4. Aufgabe 11.3: Gleichungsrestriktion

Gleichungen werden wie Ungleichungen in der Funktion und ihrem Gradienten eingegeben. Sie müssen aber vor den Ungleichungen stehen. Mit dem Parameter `glzahl` wird die Zahl der Gleichungsrestriktionen angegeben.

a) Minimieren Sie die Funktion aus Aufgabe 11.2 a) mit der zusätzlichen Gleichungsnebenbedingung $x_1 + x_2 = 1$.

b) Minimieren Sie die Funktion $f(\boldsymbol{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$
unter der Nebenbedingungen
$c_1(\boldsymbol{x}) = x_1 - 2x_2 + 1 = 0$
$c_2(\boldsymbol{x}) = 0.25x_1^2 + x_2^2 - 1 \leq 0.$
Verwenden Sie als Startvektor $\boldsymbol{x}_0 = (2, 2)^{\mathrm{T}}$.