Weiterbildendes Studium Ingenieurmathematik – WS 98/99

Optimierung mit MATLAB

H.-J. Oberle, G. Opfer, S. Fredenhagen

Arbeitsblatt 10

1. Aufgabe 10.1: Reduktionsmethode

Die Reduktionsmethode für eine quadratisches Problem mit linearen Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}&\text{Minimiere} \quad f(\boldsymbol{x}) = 0.5\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\\ &\text{unter der Nebenbedingung}\\ &\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}\end{aligned}$$

ist im MATLAB-Programm `reduktion.m` implementiert.

a) (aus Fletcher, Bd. 2, S. 81) $n = 3$, $m = 2$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{d} = \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Dieses Beispiel ist in der Datei `fletcher.m` programmiert, und kann mit

```
>> fletcher
```

aufgerufen werden.

b) Sehen Sie sich die Datei `fletcher.m` an und programmieren Sie die folgenden Beispiele auf die gleiche Weise:

1. (Geiger-Skript, S. 74) $n = 2$, $m = 1$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{11}{6} & \frac{4}{3} \end{bmatrix}, \quad b = -\frac{41}{144}$$

2. (aus dem IMSL-Manual, Algorithmus QPROG) $n = 5$, $m = 2$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & & & \boldsymbol{0} & \\ & 2 & -2 & & \\ & -2 & 2 & & \\ & & & 2 & -2 \\ \boldsymbol{0} & & & -2 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

3. (aus dem NAG-Library, Algorithmus E04NAF) $n = 7$, $m = 5$

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & & & & & & \\ & 2 & & & & \mathbf{0} & \\ & & 2 & 2 & & & \\ & & 2 & 2 & & & \\ & & & & 2 & & \\ & \mathbf{0} & & & & -2 & -2 \\ & & & & & -2 & -2 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{d} = \begin{pmatrix} -0.02 \\ -0.2 \\ -0.2 \\ -0.2 \\ -0.2 \\ 0.04 \\ 0.04 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0.03 & 0.05 & 0.08 & 0.02 & 0.06 & 0.01 & 0 \\ 0.07 & 0.75 & 0.80 & 0.75 & 0.80 & 0.97 & 0 \\ 0.02 & 0.06 & 0.08 & 0.12 & 0.02 & 0.01 & 0.97 \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} -0.01 \\ -0.13 \\ -0.0064 \\ -0.0992 \\ -0.003 \end{pmatrix}$$

2. Strategie der aktiven Menge

In der Datei `aktivemenge.m` ist eine Strategie der aktiven Menge für ein quadratisches Problem implementiert. Ein Beispiel für $n = 2$ mit Ungleichungsnebenbedingungen ($m' = m = 3$)

$$\begin{aligned} &\text{Minimiere} \quad f(\boldsymbol{x}) = x_1^2 + x_2^2 \\ &\text{für} \qquad -x_1 \geq -2, \quad -x_2 \geq -1, \quad x_1 + 3x_2 \geq 2 \end{aligned}$$

ist in der Datei `bsp.m` implementiert. Mit

```
>> bsp
```

wird es aufgerufen. Es werden alle Zwischenergebnisse ausgegeben. Sehen Sie sich das Programm `bsp.m` an und wählen Sie einen anderen Startpunkt. Was passiert, wenn man eine der Ungleichungen

$$0.125x_1 + x_2 \geq 0.655 \qquad \text{und} \qquad 0.1x_1 + x_2 \geq 0.65$$

hinzufügt? Wieviel Iterationsschritte werden benötigt? Welche Ungleichungen sind im Lösungspunkt aktiv?

3. Wiederholung

Haben Sie alle Aufgaben auf dem letzten Blatt schon bearbeitet? Sehen Sie sich doch nochmal die Aufgaben 9.3, 9.4 und 9.5 an. Das Beispiel 9.15 aus dem Skript kann auch auf dieselbe Weise gelöst werden.