Weiterbildendes Studium Ingenieurmathematik – WS 98/99

Optimierung mit MATLAB

H.-J. Oberle, G. Opfer, S. Fredenhagen

Arbeitsblatt 5

1. Zur Verfügung gestellte Programme

Es werden wieder verschiedene `m.`-Dateien zur Verfügung gestellt. Sie tragen zum Teil dieselben Namen wie die Programme zu Blatt 3. Es sollten folgende Dateien vorhanden sein:

`steilsterabstieg.m`: Implementation des Verfahrens des steilsten Abstiegs mit Schrittlängensteuerung.

`startgold.m`: Startdatei für das Verfahren des steilsten Abstiegs mit Goldstein-Schrittlänge.

`startwolf.m`: Startdatei für das Verfahren des steilsten Abstiegs mit Wolf-Powell-Schrittlänge.

`gold.m`: Verfahren zur Berechnung der Goldstein-Schrittlänge.

`wolf.m`: Verfahren zur Berechnung der Wolf-Powell-Schrittlänge.

`phi.m`: Funktion zur Schrittlängenbestimmung

`minmax.m`: Bestimmt die Minima und Maxima in jeder Komponenten der im Laufe der Iteration auftretenden Vektoren.

`zeichnung.m`: Zeichnet den Iterationsverlauf.

`testfunktion.m`: Quadratische Testfunktion.

`gradienttestfunktion.m`: Gradient zur Testfunktion.

`rosenbrock.m`: Die *Rosenbrock*-Funktion.

`gradrosenbrock.m`: Gradient der *Rosenbrock*-Funktion.

`goldzei.m`: Graphische Darstellung der Goldstein-Schrittlänge.

2. Aufgabe 5.1: Die Goldstein-Schrittlänge

In dem Programm

```
goldzei('fktname', X0,'gradname',rho,beta)
```

wird die Berechnung der Goldstein-Schrittlänge graphisch dargestellt. Mit

```
>> goldzei
```

wird die Goldstein-Schrittlänge für die quadratische Testfunktion und den Startwert $[1; 0.01]$ mit den Parametern $\rho = 0.1$ und $\beta = 1$ für einen Schritt in Richtung des negativen Gradienten berechnet. Es werden zwei Graphikfenster benutzt, um das Verfahren zu verdeutlichen. Im erster Fenster wird ein Ausschnitt gezeichnet. Im zweiten Fenster werden alle getesteten Schrittlängen gezeichnet. Dabei werden mit rot β, mit schwarz γ und mit grün die berechnete Goldstein-Schrittlänge α eingezeichnet. Außerdem werden die Funktion und die beiden Geraden Φ_1 und Φ_2 dargestellt. Man kann anderen Funktionen oder Startwerte verwenden und die Parameter ρ und β variieren.

a) Welche Goldstein-Schrittlänge wird für die Rosenbrock-Funktion am Punkt $(-2, 2)^{\mathrm{T}}$ berechnet?

b) Wie sieht das Bild für $\rho = 0.25$ aus?

c) Wie muß man β wählen, damit Schritt (ii) des Goldstein-Algorithmus (Expansionsphase) ausgeführt wird?

3. Aufgabe 5.2: Das Verfahren des steilster Abstiegs

Das Programm `startgold.m` wird wie das Programm `startab.m` auf Blatt 3 aufgerufen. Probieren Sie einmal die folgenden Beispiele

a) $f(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2$ *(Rosenbrock-Funktion)*

Startvektor: $(-2, 2)^{\mathrm{T}}$

b) $f(x, y) = x^2y^2 - 0.25(2x^2 - y^2) + 0.5(2 - x^2 - y^2)^2$

Startvektor: $(-3, -2)^{\mathrm{T}}$

c) $f(x, y) = x^4 + xy + (1 + y)^2$

Startvektor: $(-1.5, 0.5)^{\mathrm{T}}$

d) $f(x, y) = x^2 + 10y^2$

Startvektor: $(1, 1)^{\mathrm{T}}$

e) $f(x, y) = x^2y^2 + (x^2 - 1)^2$ (Aufgabe 1.2 a)

aus.

4. Aufgabe 5.3: Die Wolf-Powell-Schrittlänge

Das Verfahren des steilsten Abstiegs mit Wolf-Powell-Schrittlänge ist im Programm `startwolf.m` implementiert. Es besitzt dieselben Parameter wie das Programm `startgold.m`. Wie verläuft hier die Iteration bei den Beispielen aus Aufgabe 5.2? Bei der Entscheidung, welches Verfahren besser ist, muß man die Funktions- und Gradientenauswertungen vergleichen.

5. Zusatzaufgabe

Kopieren Sie die Datei `gold.m` auf `armijo.m` und modifizieren Sie das Programm so, daß die Armijo-Schrittlänge berechnet wird. Kopieren Sie `startgold.m` in `startarmijo` und ändern Sie es entsprechend. Testen Sie das Programm an einem der obigen Beispiele.